Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE YAOUNDÉ 2012

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNÉE DU PREMIER CYCLE

Série : INFORMATIQUE I

Session :

Épreuve : Algèbre

Durée : 3heures

*Le sujet est composé de quatre exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*

**Exercice 1 :(5 points)**

*Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Dans le cas d'une réponse fausse, on pourra donner un contre-exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.*

1. Pour tout complexe $z$, $Re(z^2) = (Re(z))^2$.

2. Pour tout complexe $z$, si $|1 + iz| = |1 - iz|$, alors la partie imaginaire de $z$ est nulle.

3. Soit $z = 3 + i\sqrt{3}$. Pour tout entier naturel $n$ non nul, $z^{3n}$ est imaginaire pur.

4. Soit $z$ un nombre complexe non nul. Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de $z$ alors $|1 + z| = 1 + |z|$.

5. Soit $z$ un nombre complexe non nul. Si le module de $z$ est égal à 1 alors $z^2 + \frac{1}{z^2}$ est un nombre réel.

Exercice 2 :(6 points)

*Les questions suivantes sont indépendantes.*

1') Des enfants se partagent un sac de billes, de manière égale. Le premier enfant prend 1 bille et le dixième des billes qui restent, puis le deuxième prend 2 billes et le dixième de celles qui restent, et ainsi de suite jusqu'au dernier enfant qui prend toutes les billes restantes. Combien y avait-il d'enfants et combien chacun a-t-il pris de billes? Mettre le problème en équations, puis résoudre. Une réponse numérique ne suffit pas.

2') Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\frac{log_2\left(\sqrt{(x-1)(x+3)}\right)}{log_8 3 + log_8(x+1)}) = log_9 27$.

3') Résoudre $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$, sachant que ses racines sont en progression arithmétique.

**Exercice 3 :(3 points)**

On donne l'équation suivante, dans laquelle $z$ est l'inconnue et $c$ est un paramètre réel : $\left(\frac{z-c}{2}\right)^8 = 1$.

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits

Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Déterminer l'ensemble des valeurs de $r$ pour lesquelles l'équation précédente possède exactement trois racines complexes $z$ dont la partie réelle est strictement négative.

**Exercice 4 :(6 points)**

1) Montrer que $(1+i)^6 = -8i$.

2) On considère l'équation $(E) : z^2 = -8i$.

a) Déduire de 1) une solution de l'équation $(E)$.

b) L'équation $(E)$ possède une autre solution ; écrire cette solution sous forme algébrique.

3) Déduire également de 1) une solution de l'équation $(E') : z^3 = -8i$.

4) On considère le point $A$ d'affixe $2i$ et la rotation $r$ de centre $O$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a) Déterminer l'affixe $b$ du point $B$, image de $A$ par $r$, ainsi que l'affixe $c$ du point $C$, image de $B$ par $r$.

b) Montrer que $b$ et $c$ sont solutions de $(E')$.

5) a) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$(unité graphique 2cm), représenter les points $A$, $B$ et $C$.

b) Quelle est la nature de la figure que forment les images de ces solutions ?

c) Déterminer le centre de gravité de cette figure.

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits