Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE YAOUNDÉ

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNÉE DU PREMIER CYCLE

Série : INFORMATIQUE — Session :

Épreuve : Géométrie — Durée : 3heures

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Exercice 1 :(3.5 points)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormal de l'espace.

On considère les points $A(2, 1, 1)$, $B(0, 4, -3)$, $C(3, 1, -3)$, $D(1, 0, -2)$, $E(3, 2, -1)$ et $I(\frac{3}{5}, 4, -\frac{9}{5})$. Soit G le barycentre de A, B et C affectés respectivement des coefficients 3, -2 et 1 et K un point quelconque de l'espace.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire sans le justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse. Pour chaque question, il est compté 0.5 point si la réponse est exacte et zéro sinon

1) Une équation du plan (ABC) est : $2x + 2y - z - 11 = 0$.

2) Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).

3) Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

4) La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

5) Le point I est sur la droite (AB).

6) L'ensemble des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 1$ est le cercle de centre G et de rayon 1.

7) Le produit scalaire $\overrightarrow{KA} \cdot \overrightarrow{KB}$ est nul si et seulement si $K = A$ ou $K = B$.

Exercice 2 :(4 points)

Les questions suivantes sont indépendantes.

1° Par rotation d'un triangle équilatéral et de son cercle inscrit, autour d'une hauteur, on obtient un cône et sa boule inscrite. Démontrer que si le volume de la boule est de quatre litres celui du cône en vaut neuf.

2° A, B, C et D sont quatre points de l'espace.

a) Montrer que $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{AB}$

b) Pour tout point M de l'espace on définit

$$f(M) = \overrightarrow{MB} \wedge \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MD} \wedge \overrightarrow{MB}.$$

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits

Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Démontrer que $f(M)$ est normal au plan (BCD).

Exercice 3 :(7 points)

Dans l'espace muni du repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(4;0;0)$, $B(2;4;0)$, $C(0;6;0)$, $S(0;0;4)$, $E(6;0;0)$ et $F(0;8;0)$.

1) Placer sur une figure les points A, B, C, S, E et F.

Cette figure sera complétée au fur et à mesure par les points définis dans les questions suivantes.

2) On admettra que F est le point d'intersection des droites (AB) et (OC) et E le point d'intersection des droites (BC) et (OA).

a) Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\vec{V}$ orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{SE}$ et $\overrightarrow{EF}$. Donner une équation cartésienne du plan (SEF).

b) Calculer les coordonnées du point A' barycentre des points pondérés $(A;1)$ et $(S;3)$.

c) On considère le plan $\mathcal{P}$ parallèle au plan (SEF) et passant par A'.

Donner une équation cartésienne de $\mathcal{P}$.

4) Le plan $\mathcal{P}$ coupe les arêtes $[SO]$, $[SA]$, $[SB]$, et $[SC]$ de la pyramide $SOABC$ respectivement aux points O', A', B' et C'.

Déterminer les coordonnées de O', B' et C'.

5) Vérifier que $O'A'B'C'$ est un parallélogramme. $O'A'B'C'$ est-il un rectangle, un losange, un carré ?

Exercice 4 :(5.5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(4;1;5)$, $B(-3;2;0)$, $C(1;3;6)$, $F(-7;0;4)$.

1) a) Démontrer que les points A, B, C définissent un plan $\mathcal{P}$ et que ce plan a pour équation cartésienne $x + 2y - z - 1 = 0$.

b) Déterminer la distance d du point F au plan $\mathcal{P}$.

2) Le but de cette question est de calculer la distance d par une autre méthode.

On appelle Δ la droite qui passe par le point F et qui est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.

b) Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point F sur le plan $\mathcal{P}$.

c) Retrouver le résultat de la question 1.b)

3) Soit $\mathcal{S}$ la sphère de centre F et de rayon 6.

a) Justifier que le point B appartient à la sphère $\mathcal{S}$.

b) Préciser le centre et déterminer le rayon du cercle $\mathcal{C}$, intersection de la sphère $\mathcal{S}$ et du plan $\mathcal{P}$.

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits