Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Université de Yaoundé II -Avril 2005-

INSTITUT DE FORMATION
ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES
(IFORD)

CONCOURS DE RECRUTEMENT

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(Concours A)

Durée : 4 heures

Documents non autorisés

Utilisation des calculatrices autorisée

BAREME INDICATIF

Exercice 1 : 3,0 points
Exercice 2 : 2,0 points
Exercice 3 : 3,5 points
Exercice 4 : 2,5 points
Exercice 5 : 3,5 points
Exercice 6 : 3,0 points
Exercice 6 : 2,5 points

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits

Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Exercice 1.

Soit la fonction réelle f définie par : $f(x) = x\,(x - E(x))$, où $E(x)$ désigne la partie entière de x.

a) Etudier la fonction f et tracer sa courbe représentative sur [-2, +2] dans un repère orthonormé.

b) Soit k un entier naturel. Calculer : $U_k = \int_k^{k+1} f(x)dx$

c) Calculer $U_{K+1} - U_K$ et en déduire que la suite finie $(U_o, U_1, \ldots, U_{n-1})$ est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.

d) Calculer : $\int_0^n f(x)dx$ pour tout entier naturel n.

Exercice 2.

a) Les propositions suivantes sont- elles vraies ou fausses ?

i) Si 17 est un diviseur de 1024, alors 9 est plus grand que 14.

ii) Si Dakar est plus peuplée que Niamey, alors Libreville n'est pas la capitale du Gabon.

a) A quelle condition la phrase suivante devient-elle une proposition vraie ? « Si Lomé est la capitale du Togo, alors il neige en ce jour du 20 janvier dans la ville du Cap. »

b) Valeur de vérité de la proposition : « Tous les enfants décédés de la méningite sont âgés de moins de 9 ans ».

Exercice 3.

Soient A et B deux parties de l'ensemble E. On appelle différence des 2 sous-ensembles A et B, le sous-ensemble noté A Δ B (lire A delta B) défini par :

$$A\Delta B = (B - A)\cup(A - B) = (A\cup B)\cap(\overline{A\cap B})$$

1) Calculer A Δ B sachant que : a) $A\cap B = \varnothing$; b) $A \subset B$; c) $B \subset A$; d) $B = \varnothing$; e) $B = E$.

2) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A\cap(A\cup B)$. b) $A\cap(\overline{A}\cup B)$. c) $A\cup(\overline{A}\cup B)$.

d) $(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})$.

e) $(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$. f) $(\overline{A}\cup\overline{B})\cap(\overline{A}\cup B)\cap(A\cup B)$.

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits

Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Exercice 4.

On suppose que dans une population donnée le nombre de survivants $S(x)$ décroît linéairement lorsque l'âge augmente de x à x+n. Le nombre d'années vécues par ses survivants $\int_5^{10} S(x)dx$ entre les âges x et x+n est égal à : $\frac{S(x)+S(x+n)}{2}$ n.

Estimer au mieux le nombre d'années vécues entre 5 et 10 ans dans les cas suivants :

1) On connaît le nombre de survivants à 5 ans et à 10 ans :

$S(5) = 97\,559$
$S(10) = 97352.$

2) On connaît les nombres de survivants à 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

S(5)	=	97 559
S(6)	=	97 509
S(7)	=	97 465
S(8)	=	97 425
S(9)	=	97 387
S(10)	=	97 352

Calculer la différence relative entre les résultats de 1° et 2°. Que peut-on dire de cette différence ?

Exercice 5.

Soit la matrice carrée $T = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ et les vecteurs :

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad Z = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

a) Calculer T^2.

b) Calculer le vecteur T.X. En déduire les valeurs de $T^2.X$ et $T^n.X$.

c) Calculer T.Y. En déduire $T^2.Y$ et $T^n.Y$.

d) Déterminer α et β tels que $Z = \alpha X + \beta Y$. En déduire une expression de $T^n.Y$ à l'aide des résultats des questions b) et c).

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits

Fichier téléchargé gratuitement sur www.mongosukulu.com

Exercice 6.

On considère la fonction $y_n = \frac{x^n}{x+1}$; où n est un entier supérieur à 1.

a) Sur quel ensemble la fonction y_n est-elle définie ? Etudier y_n au voisinage de la valeur $x = -1$.

b) Calculer les limites de y_n au voisinage de l'infini.

c) Calculer la dérivée de y_n. Pour quelles valeurs de x cette dérivée y'_n s'annule t-elle ? Déterminer les intervalles dans lesquels y'_n garde un signe invariable. Déterminer les extremums de y_n. En déduire le tableau de variation de y_n.

Exercice 7.

On considère les deux relations de récurrence :

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \qquad \text{et} \qquad b_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$$

qui permettent de calculer successivement a_2, b_2, a_3, b_3, ... ,a_n, b_n, à partir de $a_1 = a$ et $b_1 = b$ (où $0 < a < b$). Etablir que :

a) quel que soit n : $a_n < b_n$;

b) la suite a_n est croissante ;

c) la suite b_n est décroissante ;

d) les deux suites a_n et a_n convergent vers la même limite.

www.mongosukulu.com = Téléchargements d'épreuves & Cours gratuits