

Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : BT SESSION : 2011
Série / Spécialité: IND
(MA-MF/CM MEB IB)
Epreuve : MATHÉMATIQUES
Durée : 3h Coefficient : 3

EXERCICE 1 :(5 points)

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ ab = 2 \end{cases}$ 1,5pt
- b) En déduire les solutions dans \mathbb{R}^2 du système : $\begin{cases} \ln^2 x + \ln^2 y = 5 \\ \ln x \ln y = 2 \end{cases}$ 1,5pt
- 2) a) Déterminer des réels A et α pour que pour tout réel x : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = A \cos(x + \alpha)$ 1pt
- b) En déduire la solution dans $[0; 2\pi]$ de l'équation: $3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$. 1pt

EXERCICE II : (5points)

On considère le polynôme de la variable complexe z défini par :

$$P(z) = z^4 - z^3 + z - 1.$$

- 1) Calculer P(1) et P(-1). 1pt
- 2) Mettre P(z) sous la forme $P(z) = (z^2 - 1)Q(z)$, où Q est un polynôme à déterminer. 1,5pt
- 3) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$. 1,5pt
- 4) Représenter dans le plan complexe les images des solutions de cette équation. 1pt

Problème : 10 points

On considère la fonction numérique f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x \text{ où } \ln \text{ désigne la fonction logarithme népérien et on désigne par (C)}$$

sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée

$\mathbb{R}_2(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 1cm).

- 1) a) Etudier les variations de la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - 1 + \ln x$ et dresser son tableau de variations. 2 pts
- b) Vérifier que $g(1) = 0$ puis dresser le tableau de signe de g sur $]0 ; +\infty[$ 1pt
- 2 a) Démontrer que pour tout x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. 0,5pt
- b) Déduire de la question 1) le signe de f' et le sens de variation de f. 1pt
- c) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. 0,5pt
- d) Dresser le tableau de variations de f. 1pt
- 3 a) Etudier la position de (C) par rapport à la courbe (C') d'équation $y = \ln x$. 1pt
- b) Déterminer la limite en $+\infty$ de $f(x) - \ln x$, puis donner une interprétation graphique du résultat. 1pt
- c) Construire (C) et (C') dans le plan muni du repère R. 1,5pt
- d) Calculer l'aire A du domaine plan compris entre les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$ respectivement. 0,5pt