REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
MINEDUC / OBC

BACCALAUREAT $F_{1-2-3-4-5}$ - CI Session 2001
Durée : 3 H
Coef. : 3

MATHEMATIQUES

Instructions :
L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie courant (règle, équerre ...) est autorisée.

EXERCICE I : 5 pts

Soit z_0, z_1, z_2 et z_3 quatre nombres complexes définis comme suit :

$$z_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i); \quad z_1 = iz_0; \quad z_2 = iz_1 \quad \text{et} \quad z_3 = iz_2$$

1- Ecrire z_1, z_2, z_3 sous la forme algébrique. 1,25 pt

2- Vérifier que $z_2 = -z_0$ et $z_3 = -z_1$. 0,5 pt

3- Calculer les modules de z_0, z_1, z_2 et z_3. 1 pt

4- Montrer que $\{z_0, z_1, z_2, z_3\}$ est l'ensemble des solutions de l'équation :

$$(z^2 + \sqrt{2}z + 1)(z^2 - \sqrt{2}z + 1) = 0$$ 1 pt

5- Placer dans le plan complexe les points T_0, T_1, T_2, T_3 qui ont respectivement pour affixes z_0, z_1, z_2, z_3. 1 pt

Quelle est la nature du quadrilatère $T_0T_1T_2T_3$? 0,25 pt

EXERCICE II : 5 pts

m étant un paramètre réel, on considère dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (Cm) d'équation $mx^2 + (1-m)y^2 + m^2 - m = 0$.

1- Déterminer le signe de l'expression $m(1-m)$. 0,5 pt

2- Discuter suivant les valeurs de m, la nature de (Cm). 1 pt

3- On pose $m = \frac{1}{2}$, $m = -3$ et $m = \frac{3}{4}$.

a) Donner les éléments caractéristiques de chacune des trois courbes (Cm) ainsi définies. 2 pts

b) Puis construire $(C_{\frac{1}{2}})$, (C_{-3}) et $(C_{\frac{3}{4}})$ dans un même repère. 1,5 pt

PROBLEME : 10 pts

Partie A

Soit h et f deux fonctions définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad f(x) = x - 1 + Logx.$$

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $h(x) \leq 0$. 0,5 pt

2- Définir H, la primitive de h qui prend la valeur 0 pour $x = 1$. 0,5 pt

3- a) Etudier les variations de f. 1,5 pt

b) Vérifier que $f(1) = 0$; puis étudier le signe de $f(x)$. 0,5 pt

c) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ vers $\mathbb{R}$. 0,5 pt

d) En déduire $f^{-1}(0)$ et $(f^{-1})'(0)$. 1 pt

Partie B

On donne deux fonctions k et g définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$k(x) = Logx \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-1}{x} Logx.$$

On note (C) et (C') leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité : 2 cm.

1- a) Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R}_+^*$, $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ 0,5 pt

b) Déduire de la question 3- b) de A, le sens de variation de g 0,5 pt

2- On pose, pour x élément de $\mathbb{R}_+^*$, $d(x) = g(x) - k(x)$.

a) Etudier sur $\mathbb{R}_+^*$ le signe de $d(x)$ et en déduire les positions relatives de (C) et (C'). 1 pt

b) Construire (C) et (C') dans un même repère. 1,5 pt

3- Soit λ un réel supérieur à 1, et D la portion du plan délimitée par (C), (C') et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \lambda$.

On note $S(\lambda)$ l'aire en cm² de D,

a) Calculer $S(\lambda)$ en fonction de λ. 1 pt

b) Résoudre dans $]1, +\infty[$ l'équation $S(\lambda) = 1$. 1 pt